

## Scheinbare Reflexion schneller Elektronen bei streifendem Einfall \*

M. Abou Mandour und D. Harder

Institut für Medizinische Physik und Biophysik  
der Universität Göttingen

(Z. Naturforsch. 30 a, 265–268 [1975];  
eingegangen am 22. November 1974)

Herrn Prof. Dr. A. Schraub, Gießen, zum 65. Geburtstag  
gewidmet

### *Apparent reflection of fast electrons for glancing incidence*

Backscattering of 20 MeV electrons from lead is simulated by a Monte Carlo code for varied angles of incidence. For glancing incidence, the most probable exit angle approaches the reflection angle, and the most probable energy approaches the initial energy. The underlying mechanism is derived from the calculations. Beam collimators for electron therapy may be improved by consideration of this effect.

Bei Streuexperimenten mit 1,75 MeV-Elektronen an dicken Materieschichten hat Frank<sup>1</sup> festgestellt, daß die Winkelverteilung der rückgestreuten Elektronen zwei Anteile enthält: 1. die durch Vielfachstreuung aus großen Absorbertiefen „rückdiffundierten“ Elektronen, deren Winkelverteilungsmaximum die Richtung der Flächennormalen hat, 2. die aus geringen Tiefen herausgestreuten Elektronen, deren Verteilungsmaximum in der Nähe des *Reflexionswinkels* liegt. Nach Experimenten von Benedetti<sup>2</sup> ist auch bei 20 und 42 MeV Elektronenenergie das Verteilungsmaximum in Reflexionsrichtung deutlich feststellbar. Beide Autoren fanden für die in Reflexionsrichtung austretenden Elektronen einen nur wenige Prozent der Anfangsenergie betragenden Energieverlust.

Bildet man die Rückstreuung schneller Elektronen bei schrägem Einfall in eine dicke Materieschicht durch Monte-Carlo-Rechnungen nach, so kann man einerseits versuchen, das Reflexionsphänomen zu bestätigen und weitere Zahlenwerte, z. B. für andere Elektronenenergien und andere Einfallswinkel, zu gewinnen. Als Hauptzweck solcher Rechnungen ist jedoch die modellmäßige Erklärung des Reflexionsphänomens zu betrachten.

In der vorliegenden Mitteilung wird über erste Ergebnisse bei 20 MeV Anfangsenergie berichtet. Nach einer Erläuterung des verwendeten Monte-Carlo-Programms und einem Überblick über die wichtigsten Rechenergebnisse wird ein Modell der scheinbaren Reflexion aufgestellt und begründet sowie eine praktische Anwendung vorgeschlagen.

Monte-Carlo-Rechnungen für schnelle Elektronen beruhen auf dem Prinzip des „grouping“, d. h. die

Wechselwirkungen der Elektronen werden wegen ihrer großen Anzahl nicht einzeln simuliert, sondern jede Elektronenbahn wird aus kurzen geradlinigen Stücken (hier durchschnittlich etwa 570 bei rückgestreuten Elektronen für senkrechten Einschluß in Pb) zusammengesetzt. Ihre Länge wird so bemessen, daß man auf jedes Bahnstück die Gesetzmäßigkeiten dünner Materieschichten, d. h. die Gesetze des Energiestragglings (hier Landau-Theorie<sup>3</sup> mit Korrekturen) und der Vielfachstreuung (hier Molière-Theorie<sup>4</sup>), anwenden kann. Mit Hilfe von Zufallszahlen werden aus den entsprechenden Verteilungsfunktionen Einzelwerte des Energieverlustes und des Streuwinkels ausgewählt. Der relativ seltene Prozeß der Bremsstrahlungsproduktion wird durch Einzelwechselwirkungen berücksichtigt, sofern die Quantenenergie mindestens 2% der Elektronenenergie beträgt (Bethe-Heitler-Wirkungsquerschnitt<sup>5</sup>), während Energieverluste durch Produktion von Bremsstrahlungsquanten kleinerer Energie als Korrektur an der Landau-Verteilung erfaßt werden. Große Streuwinkel werden ebenfalls unter Berücksichtigung des Einzelprozesses einbezogen (differentieller Wirkungsquerschnitt nach Mott), und zwar für alle Winkel, bei denen der Mott-Querschnitt eine größere Streuwahrscheinlichkeit je Bahnstück als die Molière-Verteilung erbringt. Zur Berücksichtigung der Gültigkeitsgrenzen der Molière-Theorie wird die Länge der Bahnstücke mit längs der Teilchenbahnen abnehmender Elektronenenergie verkürzt. Die zusätzlichen Richtungsänderungen von Elektronen beim Bremsstrahlungsprozeß (McCormick, Keiffer, Parzen<sup>6</sup>), können gegenüber der elastischen Streuung vernachlässigt werden.

Zur Einsparung von Rechenzeit wurden verschiedene Möglichkeiten ausgenutzt. Bei Rechnungen zur Reflexion wurden z. B. die Schicksale von solchen Elektronen abgebrochen, die bereits mehr als die Hälfte der maximalen Eindringtiefe erreicht hatten, ohne mehr als 90° abgelenkt worden zu sein. Zur Prüfung des verwendeten Monte-Carlo-Modells wurden berechnete Transmissionskurven mit Meßwerten von Harder und Poschet<sup>7</sup> und berechnete Winkelverteilungen transmittierter Elektronen mit Meßwerten von Roos<sup>8</sup> verglichen. Dieser Vergleich bestätigte die Genauigkeit des Rechenverfahrens.

Rechnungen zur Rückstreuung bei schrägem Einschluß wurden bisher für die Elektronenenergie 20 MeV und für eine unendlich dicke Bleischicht als Rückstreumaterial durchgeführt. Das wichtigste Rechenergebnis sind die Winkelverteilungen der rückgestreuten Elektronen, die sich auf den Polarwinkel  $\Theta_{\text{aus}}$  und auf den Azimutalwinkel  $\varphi$  beziehen (zur Erläuterung siehe Abbildung 1). Die Verteilung des Polarwinkels zeigt ausgeprägte Maxima, die bei fla-

\* Auszugsweise vorgetragen auf der Tagung der Deutschen Gesellschaft für Medizinische Physik in Essen, Oktober 1974.

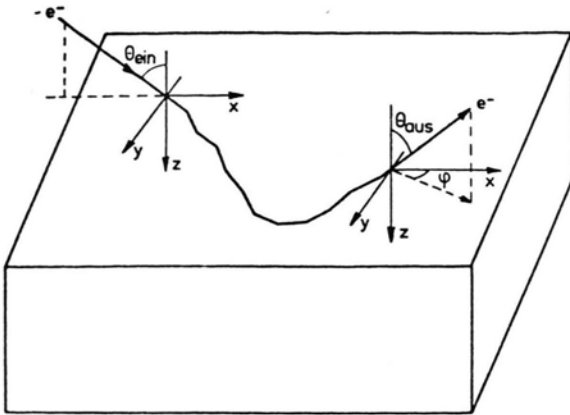
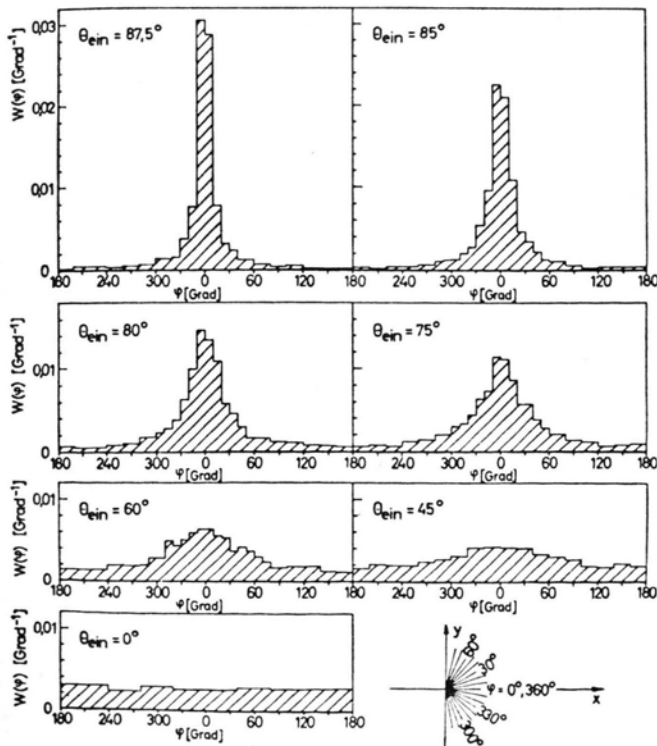


Abb. 1. Winkelkoordinaten beim Eintritt der Elektronen durch eine ebene Absorberoberfläche und bei ihrem Austritt aus dem Absorber.

chem Einschub überraschend präzise bei den Reflexionswinkeln  $R$  liegen (Abbildung 2). Die Azimutalverteilung (Abb. 3) hat bei flachem Einschub ein scharfes Maximum bei  $\varphi = 0^\circ$ , also liegt die Austrittsbahn in guter Näherung in der aus Einschubbahn und Flächennormalen gebildeten Ebene, wie bei einer Reflexion. Allerdings tritt dieser Effekt bei steilerem Einschub bald zurück; bei  $\theta_{\text{ein}} = 0^\circ$  ergibt sich, wie erwartet, im Rahmen der statistischen



Schwankungen der Rechenergebnisse eine Isotropie in bezug auf das Azimut  $\varphi$ .

Der Rückstreuoeffizient, d. h. der rückgestreute Bruchteil der eingeschossenen Elektronen, hängt stark vom Einschubwinkel ab (Abbildung 4). Auch in bezug auf den hohen Rückstreuoeffizienten besteht also bei flachem Einschub Ähnlichkeit mit einem guten Spiegel. Die Energiespektren der rückgestreuten Elektronen sind in Abb. 5 dargestellt. Man sieht, daß bei flachem Einschub ein nur sehr geringer wahrscheinlichster Energieverlust auftritt, wie ihn schon Frank<sup>1</sup> und Benedetti<sup>2</sup> gemessen hatten.

Über die Verifizierung der experimentell beobachteten scheinbaren Reflexion hinaus konnte die Monte-Carlo-Rechnung auch Hinweise auf den zugrundeliegenden Mechanismus liefern. Zu diesem Zweck wurde eine Korrelation zwischen dem im Ab-

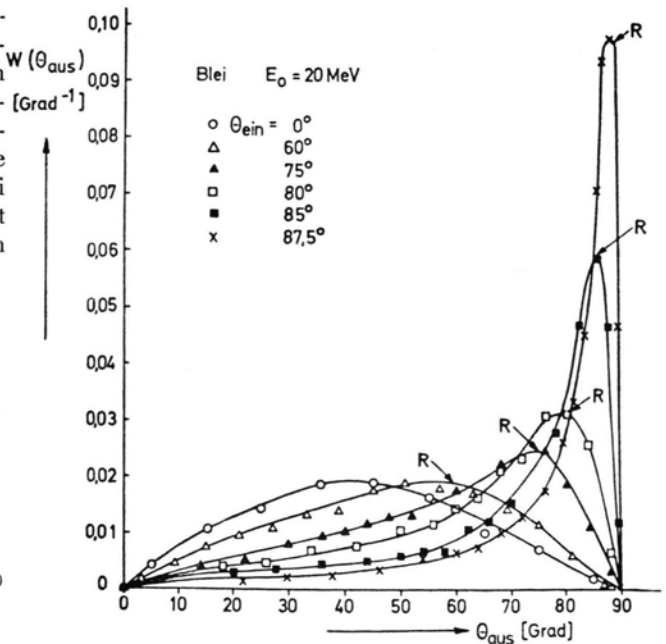


Abb. 2. Verteilung der Polarwinkel beim Austritt rückgestreuter Elektronen.  $W(\theta_{\text{aus}}) = \Delta N / N \Delta \theta_{\text{aus}}$ , wobei von insgesamt  $N$  zurückgestreuten Elektronen die Anzahl  $\Delta N$  auf das Winkelintervall  $\Delta \theta_{\text{aus}}$  entfällt.  $R$  = Austrittswinkel bei exakter Gültigkeit eines Reflexionsgesetzes.

sorber zurückgelegten Weg und dem Austrittswinkel hergestellt. Hierdurch ließ sich feststellen, daß die scheinbar reflektierten Elektronen besonders kurze Wege im Absorber zurücklegen. Die durchlaufene

Abb. 3. Verteilung der Azimutalwinkel beim Austritt rückgestreuter Elektronen.  $W(\varphi) = \Delta N / N \Delta \varphi$ , wobei von insgesamt  $N$  zurückgestreuten Elektronen die Anzahl  $\Delta N$  auf das Winkelintervall  $\Delta \varphi$  entfällt. Figur unten rechts: Azimutalwinkelkoordinaten. Der Einschub erfolgt unter  $\varphi = 0^\circ$ .

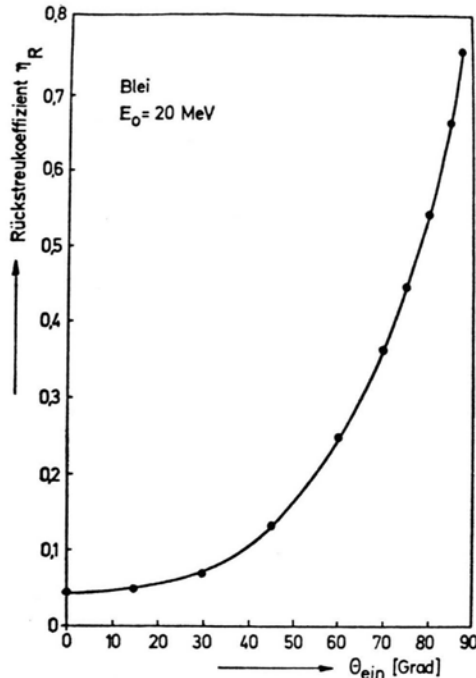


Abb. 4. Rückstreukoeffizient in Abhängigkeit vom Eintrittswinkel.

Flächendichte ist von der Größenordnung  $0,5 \text{ g/cm}^2$ , der Quellbereich der näherungsweise dem Reflexionsgesetz gehorchenden Elektronen liegt also in nur geringer Tiefe des Absorbers. Aus größeren Tiefen des Absorbers hingegen kommen diejenigen Elektronen, die zu der schwachen Besetzung der Verteilung außerhalb des „Reflexions“-bereichs beitragen. Macht man den Einschuß steiler, so erhöht sich der im Mittel im Absorber durchlaufene Weg, d. h. der Quellbereich der näherungsweise reflektierten Elektronen liegt jetzt tiefer im Absorber.

Um den relativen Anteil von Kleinwinkel-Vielfachstreuung und Großwinkel-Einzelstreuung an dem Rücktransport der Teilchen zur Absorberoberfläche

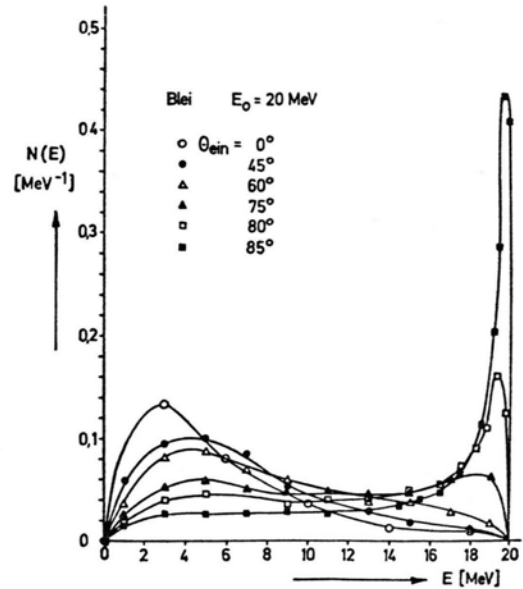


Abb. 5. Energieverteilung der rückgestreuten Elektronen,  $N(E) = \Delta N / \Delta E$  (relative Anzahl je Energieintervall).

festzustellen, wurde das Monte-Carlo-Modell durch Weglassen der Großwinkel-Einzelstreuung künstlich verändert. Für alle Richtungsänderungen wurde nur der Gaußverteilungs-Term der Molière-Verteilung berücksichtigt. Die Ergebnisse zeigt Tabelle 1. Demnach ist der Beitrag der Kleinwinkel-Vielfachstreuung bei flachem Einschuß stark überwiegend, während bei steilem Einschuß der überwiegende Beitrag auf die Großwinkel-Einzelstreuung entfällt.

Auf Grund dieser Befunde können wir von folgendem Modell zur Erklärung der scheinbaren Reflexion ausgehen: Der Quellbereich der Mehrzahl der rückgestreuten Elektronen bei flachem Einschuß befindet sich einen kleinen Bruchteil der Bahnlänge unter der Oberfläche. Er liegt um so tiefer, je steiler der Einschuß erfolgt. Damit ein Elektron von hier aus wieder austreten kann, ohne im Material absor-

Tab. 1. Kenngrößen der Elektronenrückstreuung an Blei bei 20 MeV Anfangsenergie mit und ohne Berücksichtigung der Großwinkel-Einzelstreuung ( $\bar{\theta}_{\text{aus}}$  = wahrscheinlichster Austrittswinkel).

| $\theta_{\text{ein}}$ [Grad] | Mit Großwinkel-Einzelstreuung |                                    |                                    |                 |  | Ohne Großwinkel-Einzelstreuung |                                    |                                    |                 |
|------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|-----------------|--|--------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|-----------------|
|                              | $\eta_R$                      | $\bar{\theta}_{\text{aus}}$ [Grad] | $\hat{\theta}_{\text{aus}}$ [Grad] | $\bar{E}$ [MeV] |  | $\eta_R$                       | $\bar{\theta}_{\text{aus}}$ [Grad] | $\hat{\theta}_{\text{aus}}$ [Grad] | $\bar{E}$ [MeV] |
| 87,5                         | 0,763                         | 75,3                               | 87,5                               | 16,1            |  | 0,735                          | 77,9                               | 87,5                               | 15,9            |
| 85,0                         | 0,663                         | 70,2                               | 85,0                               | 14,5            |  | 0,653                          | 72,9                               | 85,0                               | 13,8            |
| 80,0                         | 0,544                         | 63,0                               | 78,8                               | 12,3            |  | 0,501                          | 65,2                               | 79,0                               | 11,2            |
| 75,0                         | 0,448                         | 57,3                               | 74,0                               | 10,7            |  | 0,376                          | 59,0                               | 74,5                               | 9,3             |
| 60,0                         | 0,249                         | 47,7                               | 56,0                               | 8,2             |  | 0,171                          | 50,3                               | 57,0                               | 6,2             |
| 45,0                         | 0,132                         | 43,9                               | 45,0                               | 6,8             |  | 0,071                          | 43,9                               | 50,0                               | 4,5             |
| 15,0                         | 0,049                         | 43,9                               | 45,0                               | 6,3             |  | 0,013                          | 41,1                               | 45,0                               | 3,5             |
| 0,0                          | 0,045                         | 42,2                               | 44,0                               | 5,6             |  | 0,008                          | 38,0                               | 45,0                               | 3,1             |

biert zu werden, muß es noch innerhalb seiner Reichweite durch Vielfachstreuung die Oberfläche erreichen. Daraus ergeben sich die einem Reflexionsverhalten annähernd entsprechenden Austrittswinkel.

Es besteht im übrigen kein Zweifel daran, daß es sich bei der scheinbaren Reflexion nur um einen Prozeß der inkohärenten Teilchenstreuung und nicht um eine echte Reflexion im Sinne einer kohärenten Streuung handelt, da die Monochromasie des Elektronenstrahls durch die Energieverluste im Absorber zerstört wird.

Eine praktische Anwendung der scheinbaren Reflexion ergibt sich in der Strahlentherapie mit schnellen Elektronen. Die bei streifendem Einfall in einen Strahl-Kollimator auftretende scheinbare Reflexion

bewirkt eine Verstärkung der Teilchenflußdichte im Randbereich des Nutzstrahlenbündels, die bei geschickter Auslegung eines konischen Kollimators zur Homogenisierung des Strahlprofils dienen kann. Dies wurde empirisch bereits bei einigen Kollimator-konstruktionen, z. B. von Becker und Mitarbeitern<sup>9</sup>, berücksichtigt. Der geringe Energieverlust der scheinbar reflektierten Elektronen ist für die Erhaltung der Energiehomogenität des Elektronenstrahls günstig.

Wir danken dem Physikalischen Institut der Universität Würzburg, dem Rechenzentrum der Universität Würzburg und der Gesellschaft für Wissenschaftliche Datenverarbeitung, Göttingen, für die Unterstützung dieser Arbeit.

<sup>1</sup> H. Frank, Z. Naturforsch. **14 a**, 247 [1959].

<sup>2</sup> R. G. Benedetti, Dissertation, Würzburg 1973.

<sup>3</sup> L. Landau, J. Phys. USSR **8**, 201 [1944].

<sup>4</sup> G. Molière, Z. Naturforsch. **3 a**, 78 [1948].

<sup>5</sup> A. H. Bethe u. W. Heitler, zit.: B. Rossi: High-Energy-Particles, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs N. J., 1952 Seite 49.

<sup>6</sup> R. D. McCormick, D. G. Keiffer u. G. Parzen, Phys. Rev. **103**, 29 [1956].

<sup>7</sup> D. Harder u. G. Poschet. Physics Letters **24 B**, 519 [1967].

<sup>8</sup> H. Roos, Diplomarbeit, Würzburg 1972.

<sup>9</sup> J. Becker, K. H. Kärcher u. G. Weitzel, Elektronentherapie mit Supervoltgeräten in: Strahlenbiologie, Strahlentherapie, Nuklearmedizin und Krebsforschung, Ergebnisse 1952—1958, herausgegeben von H. R. Schinz et al., Georg Thieme Verlag, Stuttgart 1959.